Ⅱ　各教科の正答率、問題の内容及び所見・解説

６　数学（学校選択問題）

(1)　正答率

問題		配点	正答 数	正答 率(%)	一部正答 数	一部正答 率(%)	誤答 数	誤答 率(%)	無答 数	無答 率(%)	通過率 率＝得点計／(人数×配点) (%)
1	(1)	4	282	85.7	0	0.0	47	14.3	0	0.0	85.7
	(2)	4	150	45.6	0	0.0	165	50.2	14	4.3	45.6
	(3)	4	252	76.6	3	0.9	73	22.2	1	0.3	77.1
	(4)	4	254	77.2	3	0.9	70	21.3	2	0.6	77.7
	(5)	5	211	64.1	0	0.0	111	33.7	7	2.1	64.1
	(6)	5	255	77.5	0	0.0	74	22.5	0	0.0	77.5
	(7)	5	242	73.6	0	0.0	86	26.1	1	0.3	73.6
	(8)	5	199	60.5	0	0.0	110	33.4	20	6.1	60.5
	(9)	6	229	69.6	92	28.0	8	2.4	0	0.0	86.4
2	(1)	5	241	73.3	1	0.3	70	21.3	17	5.2	73.4
	(2)	7	120	36.5	108	32.8	89	27.1	12	3.6	52.5
3	(1)	5	305	92.7	0	0.0	19	5.8	5	1.5	92.7
	(2)	6	33	10.0	0	0.0	182	55.3	114	34.7	10.0
4	(1)	5	312	94.8	0	0.0	17	5.2	0	0.0	94.8
	(2)①	7	34	10.3	81	24.6	114	34.7	100	30.4	19.4
	(2)②	6	6	1.8	23	7.0	93	28.3	207	62.9	5.3
5	(1)	5	255	77.5	0	0.0	69	21.0	5	1.5	77.5
	(2)	5	76	23.1	0	0.0	251	76.3	2	0.6	23.1
	(3)	7	2	0.6	3	0.9	107	32.5	217	66.0	1.0

（小数第２位を四捨五入しているため、％の合計が100にならない場合がある。）

(2)　問題の内容

1
(1)文字式の計算
(2)根号をふくむ式の計算
(3)２次方程式の解き方
(4)連立方程式の解き方
(5)確率の求め方
(6)反比例のグラフの特徴
(7)三平方の定理と円錐の表面積の求め方
(8)平均値と中央値の求め方
(9)標本調査における適切な方法の説明

2
(1)円の外部の点からの接線の作図
(2)平行四辺形になることの証明

3
(1)相似な図形の性質を利用した高さの求め方
(2)二等辺三角形や直角三角形を利用した高さの求め方

4
(1)２点を通る直線の式の求め方
(2)点の座標の求め方と説明

5
(1)三平方の定理を利用した線分の長さの求め方と体積の求め方
(2)空間図形における辺の位置関係
(3)図形の性質を利用した相似の証明と線分の比の求め方

(3) 所見・解説

$\boxed{1}$ 中学校数学科の各領域に関する問題で、数学的な知識及び技能が確実に身に付いているかをみようとした。

(1)は、文字式の加法・減法の計算である。誤答として、分母を消去した $x-y$ が多かった。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$$\frac{1}{2}(3x-y)-\frac{4x-y}{3}=\frac{3(3x-y)-2(4x-y)}{6}=\frac{x-y}{6}$$

(2)は、式の値を求める問題である。与えられた式を展開し、通分をする。この問題は x や y の値を直接代入して求めるのではなく、与えられた式をどう変形し、値を求めることができるかを考える。解答例は、以下の通りである。

【解答例】 $x+y=(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=4$

$xy=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=4-3=1$ より、

$$(\text{与式})=1+\frac{1}{y}+\frac{1}{x}+\frac{1}{xy}=1+\frac{x+y}{xy}+\frac{1}{xy}$$

$$=1+4+1=6$$

(3)は、２次方程式を解く問題である。与えられた式を展開し、解の公式を利用する方法もあるが、やや煩雑である。そこで、 $x-2=X$ とおくと、与えられた式は $2X^2-3X+1=0$ となる。解答例は、以下の通りである。

【解答例】 $x-2=X$ とおくと、 $2X^2-3X+1=0$

$$X=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times1}}{2\times2}=\frac{3\pm1}{4}$$

$$X=1,\ \frac{1}{2}$$

$x-2=1$ または、 $x-2=\frac{1}{2}$ つまり、$x=3,\ \frac{5}{2}$

(4)は、x と y の連立方程式の解を代入し、a と b の値を求める問題である。a と b の連立方程式として解く。解答例は、以下の通りである。

【解答例】$x=3$、$y=-4$ を連立方程式にそれぞれ代入すると、

$$\begin{cases}3a-4b=11 & \cdots① \\ 3a+4b=-2 & \cdots②\end{cases}$$

①＋②

$$\begin{array}{rl} & 3a-4b=11 \\ +) & 3a+4b=-2 \\ \hline & 6a\qquad=9 \end{array}$$

$$a=\frac{3}{2}$$

$a=\frac{3}{2}$ を②に代入して

$$3\times\frac{3}{2}+4b=-2$$

$$b=-\frac{13}{8}$$

したがって、$a=\frac{3}{2}$ 、$b=-\frac{13}{8}$

(5)は、確率を求める問題である。条件を満たす組み合わせを表などを用いて、もれなく、重複なく数え、確率が求められるかをみようとした。解答例は以下の通りである。

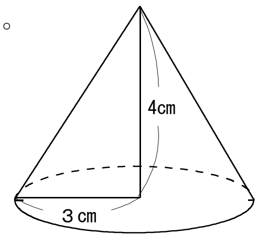
【解答例】２つのさいころの目の出方は、全部で36通り。
そのうち、右の表より、範囲内にある出方は、30通り。

よって、確率は $\frac{30}{36}=\frac{5}{6}$

a \ b	1	2	3	4	5	6
1	○	○	○			
2	○	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○	○
4		○	○	○	○	○
5		○	○	○	○	○
6		○	○	○	○	○

(6)は、反比例のグラフの特徴に関する問題である。学力検査と比べ、より正確に理解しているかどうかをみようとした。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(7)は、円錐の表面積を求める問題である。解答例は以下の通りである。



【解答例】母線の長さは $\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$

底面の円周と側面の弧の長さは等しいので、$2\pi\times3=6\pi$

よって、側面積は $5^2\times\pi\times\dfrac{6\pi}{10\pi}=15\pi$

また、底面積は　$3^2\times\pi=9\pi$

以上より、　$15\pi+9\pi=24\pi\,\mathrm{cm}^2$

(8)は、平均値と中央値が等しいことを利用して、フリースローが成功した回数を求める問題である。中央値の性質から中央値は7.5または８であり、平均値と等しいことから回数を求める。誤答として、求めた解が問題に適しているかを確かめず、11回としたものが多かった。解答例は以下の通りである。

【解答例】Ｈさんの回数を x 回とすると、

平均値は、$(7+6+8+5+10+8+9+x)\div8=\dfrac{53+x}{8}$

また、７人を回数の少ない順に並べると　5，6，7，8，8，9，10　なので、

Ｈさんの回数が、７以下であれば８人の中央値は7.5、

８以上であれば８人の中央値は８となる。平均値と中央値が等しいので、

$\dfrac{53+x}{8}=7.5$ のとき　$x=7$　となり、適している。

$\dfrac{53+x}{8}=8$　のとき　$x=11$　となり、10回を越えてしまうので適していない。

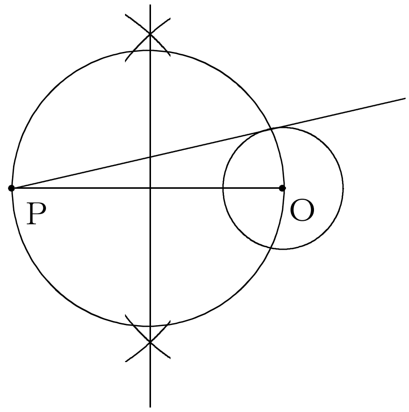
Ｈさんの回数は７回

(9)は、標本調査についての問題である。標本の選び方について、説明することができるかをみようとした。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

2　「図形」に関する問題で、数学的な知識及び技能を活用することができるかをみようとした。

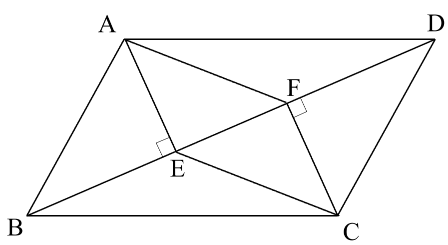
(1)は、円外の点から円の接線を作図する問題である。ＰＯを直径とする円をかき、円Ｏとの交点を接点とする接線をひく。直径に対する円周角は90°になることを理解し、活用できるかをみようとした。解答例は以下の通りである。

【解答例】



(2)は、四角形ＡＥＣＦが平行四辺形であることを証明する問題である。△ＡＢＥと△ＣＤＦが合同であることを証明することで、平行四辺形になるための条件「１組の対辺が平行でその長さが等しい」ことを示す。直角三角形の合同条件および平行四辺形になるための条件を活用し表現することができるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】△ＡＢＥと△ＣＤＦにおいて、



仮定から、

∠ＡＥＢ＝∠ＣＦＤ＝90°　･･･①

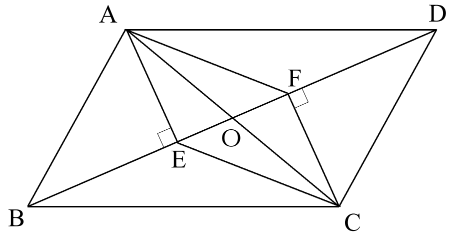
平行四辺形の対辺はそれぞれ等しいので、

ＡＢ＝ＣＤ　･･･②

ＡＢ∥ＤＣから、錯角は等しいので、

∠ＡＢＥ＝∠ＣＤＦ　･･･③

①、②、③から、
△ＡＢＥと△ＣＤＦは直角三角形で、斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいので、
△ＡＢＥ≡△ＣＤＦ
よって、ＡＥ＝ＣＦ　…④
∠ＡＥＦ＝∠ＣＦＥ＝90°より、錯角が等しいので、
ＡＥ∥ＦＣ　…⑤
④、⑤より１組の対辺が平行でその長さが等しいので四角形ＡＥＣＦは平行四辺形である。



（別解）△ＡＢＥと△ＣＤＦにおいて、仮定より、
∠ＡＥＢ＝∠ＣＦＤ＝90°　…①
平行四辺形の対辺はそれぞれ等しいので、
ＡＢ＝ＣＤ　…②
ＡＢ∥ＤＣより、錯角は等しいので、
∠ＡＢＥ＝∠ＣＤＦ　…③
①、②、③より、△ＡＢＥと△ＣＤＦは直角三角形で、
斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいので、
△ＡＢＥ≡△ＣＤＦ
よって、ＢＥ＝ＤＦ　…④
頂点Ａと頂点Ｃを結び、対角線ＢＤとの交点をＯとする。
平行四辺形ＡＢＣＤの対角線はそれぞれの中点で交わるので、
ＡＯ＝ＣＯ　…⑤
ＢＯ＝ＤＯ　…⑥
④、⑥より、ＥＯ＝ＦＯ　…⑦
⑤、⑦より対角線がそれぞれの中点で交わっているので、四角形ＡＥＣＦは平行四辺形である。

3 日常生活における具体的な事象を数学と結び付け、考察することができるかをみようとした。
(1)は、相似の性質を用い、電柱の高さを求める問題である。解答例は、以下の通りである。
【解答例】 電柱と鉄棒が地面に対して垂直に立っていることから、それぞれの高さと影を、直角を作る２辺とし、直角三角形として考えると、２つの直角三角形は相似の関係が成り立つ。
電柱の高さを x とすると

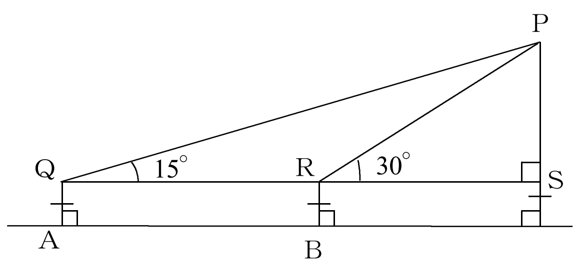
$$x : 1.6 = 7.2 : 1.8$$

$$x = \frac{7.2 \times 1.6}{1.8}$$

$$x = 6.4$$

電柱の高さは6.4　m

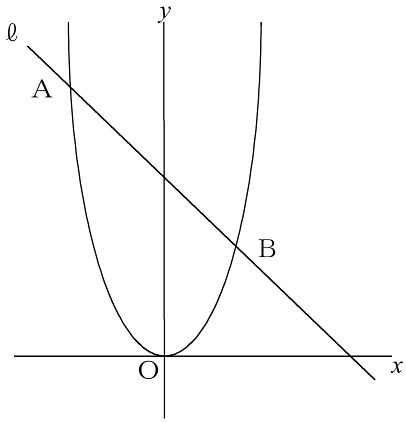
(2)は、離れた地点から鉄塔を見上げた角度をもとに、鉄塔の高さを求める問題である。それぞれの見上げる角度が15°と30°であることから、二等辺三角形の性質や三平方の定理を利用して高さを求めることができる。学力検査問題に比べて、問題文をより正確に読み取り、図をイメージできるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。



【解答例】 鉄塔の先端をＰ、Ａさんの目の位置をＱ、Ｂさんの目の位置をＲとする。２人の目の高さが1.5ｍなので、地面に対してＱＲは平行である。鉄塔の先端Ｐから地面に垂線をひき、ＱＲとの交点をＳとする。
ここで、∠ＰＱＳ＝15°、∠ＰＲＳ＝30°より、∠ＱＰＲ＝15°となり、△ＲＱＰはＲＱ＝ＲＰの二等辺三角形となる。また、△ＰＲＳは、辺の比が１：２：$\sqrt{3}$ の直角三角形である。
よって、ＱＲ＝50より、ＰＳ＝25となる。目の高さを加え、鉄塔の高さは26.5ｍとなる。

$\boxed{4}$ 関数$y = ax^2$のグラフや点の座標から、移動する点の観察、操作や実験などの活動を通して、図形や関数について論理的に考察し表現することができるかをみようとした。

(1)は、曲線上の２点Ａ、Ｂを通る直線の方程式を求める問題である。学力検査問題に比べて、２点のy座標は曲線上にあることから２点の座標を求めてから、直線の式を求める必要がある。解答例は、以下の通りである。



【解答例】

点Ａのy座標は $x = -6$ を代入して　$y = 18$

点Ｂのy座標は $x = 4$　　を代入して　$y = 8$

２点（－６，18）、（４，８）を通ることから傾きは

$$\frac{8 - 18}{4 - (-6)} = -1$$

したがって、この直線の式は $y = -x + b$ と表される。

グラフは点（４，８）を通るので、

$8 = -4 + b$

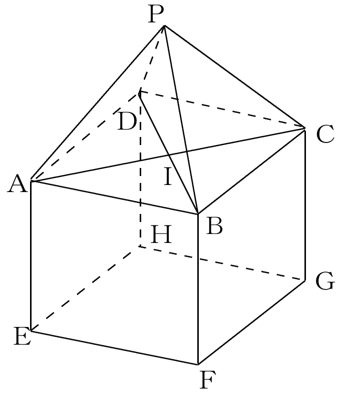
$b = 12$　　　　　　　　　　よって、直線の式は　$y = -x + 12$

(2)は、曲線ＡＢ上を動く点Ｐからx軸と平行な直線をひき、直線 ℓとの交点をＱとし、点Ｐ，Ｑからx軸に垂線をひいたときのx軸との交点をＲ，Ｓとしたときの図形に関する問題である。①は四角形ＰＲＳＱが正方形になる点Ｐの座標を求める問題、②は△ＢＰＱと△ＯＰＱの面積比が１：３となる点Ｑの座標を求める問題である。

①は表現力を問う問題で、座標を文字で表したときに、辺の長さを式で表し、説明できるかをみようとした。②は辺ＰＱを共通の底辺とみることで、面積の比を高さの比として求めることができる。①、②ともに条件を満たす点が複数あり、点Ｐの位置によって図形がどのように変化するかを論理的に考察することができるかをみようとした。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

$\boxed{5}$ 空間における直線や平面の位置関係を考え、見通しをもって論理的に考察し表現することができるかをみようとした。１辺の長さが２cmの正四角錐と立方体を合わせた立体についての問題である。

(1)は、立体の体積を求める問題である。三平方の定理を用いることで正四角錐の高さを求め、正四角錐の体積を求める。解答例は以下の通りである。



【解答例】正四角錐の底面の対角線の交点をＩとすると、

正方形の対角線は、中点で垂直に交わることから

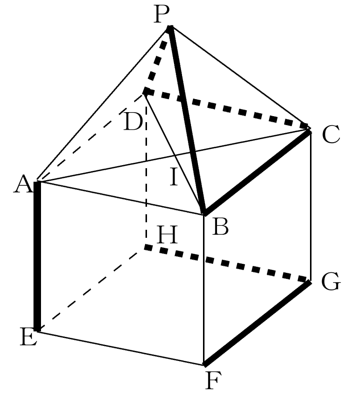
ＡＢ＝２より、 $AI = \sqrt{2}$ となる。

よって、 $PI^2 = 2^2 - \sqrt{2}^2$

$PI = \sqrt{2}$

$$\frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \sqrt{2} + 2 \times 2 \times 2 = \frac{4\sqrt{2}}{3} + 8 \quad \text{cm}^3$$

(2)は、辺ＡＥとねじれの位置にある辺の本数を求める問題である。空間図形における位置関係について、ＰＣとＡＥが同一平面上にあることに気付くことができるかをみようとした。誤答として、ＰＣもねじれの位置と考え、７本としたものが多かった。解答例は、以下の通りである。



【解答例】辺ＡＥとねじれの位置にある辺は、辺ＢＣ，辺ＣＤ，辺ＰＢ，辺ＰＤ，辺ＦＧ，辺ＧＨの６本になる。

６本

(3)は表現力を問う問題で、(2)のＰＣとＡＥが同一平面上にあることや、(1)で求めた高さＰＩが平面ＰＡＥＧＣ上にあることを利用して、論理的に考察し説明できるかみようとした。ＥＱとＧＣを延長し、相似な三角形を作ることでＰＱとＱＣの長さの比を求める。解答例は以下の通りである。

【解答例】平面ＰＡＥＧＣにおいて、ＥＱの延長とＧＣの延長の交点をＲ、ＡＣの中点をＩとすると、ＥＲは点Ｉを通るので、ＣＲ＝２ となる。

また、△ＰＱIと△ＣＱＲにおいて、

対頂角は等しいので、

∠ＰＱＩ＝∠ＣＱＲ　…①

平行線の錯角は等しいので、

∠ＰＩＱ＝∠ＣＲＱ　…②

①，②から、２組の角がそれぞれ等しいので、

△ＰＱI ∽ △ＣＱＲ

したがって、ＰＱ：ＱＣ＝ＰＩ：ＣＲ

$= \sqrt{2} : 2$